

UKE 36

Ekvivalensrelasjon R over mengde A

Binær relasjon som tilfredsstillter

- Refleksivitet : xRx
- Symmetri : $xRy \rightarrow yRx$
- Transitivitet : $xRy \wedge yRz \rightarrow xRz$

Til hver $a \in A$ definerer ekvivalensklassen til a : $[a] = \{ b \mid aRb \}$ med egenskaper

- $a \in [a]$
- $[a] \cap [b] \neq \emptyset \rightarrow [a] = [b]$

Ekvivalensklassene gir en partisjon av A. Omvendt vil enhver partisjon av A gi en ekvivalensrelasjon over A.

Disjunktiv og konjunktiv normalform

Gitt utsagn over en del atomære utsagn. Da er

- Literal – enten atomært utsagn eller negasjon av atomært utsagn
- Fundamental konjunksjon – konjunksjon av literaler
- Disjunktiv normal form – disjunksjon av fundamentale konjunksjoner
- Fundamental disjunksjon – disjunksjon av literaler
- Konjunktiv normal form – konjunksjon av fundamentale disjunksjoner

Se på sannhetstabeller over de atomære utsagn. En sannhetsfunksjon som har bare en 1'er og resten 0'er er gitt ved en fundamental konjunksjon. Ved å velge hvilke literaler som er negert får vi 1'eren plassert der vi måtte ønske. En hvilken som helst sannhetsfunksjon kan skrives som en disjunksjon av fundamentale konjunksjoner – en disjunkt for hver 1'er i tabellen – og altså som et utsagn på disjunktiv normal form

Vi får tilsvarende for konjunktiv normal form. Da bruker vi fundamentale disjunksjoner til å få sannhetsfunksjon som har nøyaktig en 0 og resten 1'ere – og så konjunksjoner av disse for å få sannhetstabeller som har akkurat de 0'ene vi ønsker.

Denne metoden er annerledes enn den som står i boka. Den er mer oversiktlig og forklarer bedre hva de fundamentale disjunksjonene og konjunksjonene gjør. Men regnemessig kan den være håpløs. I boka er det gitt skritt som får utsagn overført til normal formene uten å gå veien om de kjempestore sannhetstabellene.

Gyldige og oppfyllebare utsagn

Vi har fire begreper når det gjelder utsagn F . Vi tenker oss F skrevet som en sannhetstabell. Da sier vi at F er

- Gyldig – bare 1'ere
- Oppfyllebar – minst en 1'er. Raden med sannhetsverdier for de atomære utsagn kalles en valusjon v .
- Falsifiserbar – minst en 0'er. Raden med sannhetsverdier for de atomære utsagn kalles en falsifikasjon u .
- Kontradiktorisk – bare 0'er

Legg merke til at samme utsagn kan være både oppfyllebar og falsifiserbar – men da for to ulike rader med sannhetsverdier.

Ordninger

Binære relasjoner med ekstra krav. Vit hva en total ordning er – og at det er noe som heter partiell ordning.

Pensum for del 1 – mengdelære + utsagnslogikk

Det som står i disse notatene + følgende fra Heins (hvilken som helst av utgavene)

Mengder : 1.2 - 1.3 – 4.2 + Telling av union, produkt, funksjoner, delmengder

Utsagn : 6.2 + Bruk av sannhetstabeller

I Rogers hefte mangler lister, ekvivalensrelasjoner og telling av mengder